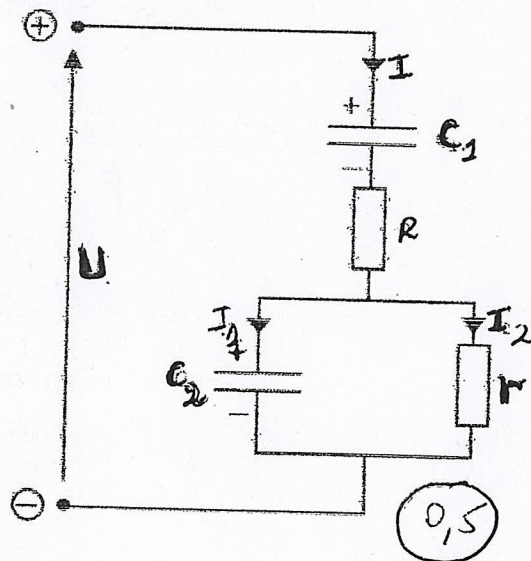


Corrigé de l'examen

Solution de l'exercice 01 : (7 points)

$r = 10\Omega, R = 1\Omega, \frac{1}{C_1\omega} = 2\Omega, \frac{1}{C_2\omega} = 5\Omega, U = 30V$

- Le courant I_2 qui traverse la résistance r



* Le courant à travers la résistance r :

$$U = \left(\frac{1}{jC_1\omega} + R\right)I + rI_2 = \left(\frac{1}{jC_1\omega} + R\right)I + \frac{1}{jC_2\omega}I_1 \quad (1) \quad 2pt$$

$$\left(\frac{1}{jC_2\omega}\right)I_1 = r \times I_2 \Rightarrow I_1 = jC_2\omega r I_2 \quad (2) \quad 2pt$$

Le courant total : $I = I_1 + I_2 \quad (3) \quad 0,5$

On remplace (3) dans (1) :

$$U = \left(\frac{1}{jC_1\omega} + R\right)(I_1 + I_2) + rI_2 \quad (4) \quad 0,5$$

On remplace (2) dans (4) :

$$U = \left(\frac{1}{jC_1\omega} + R\right)(jC_2\omega r I_2 + I_2) + rI_2$$

$$U = \left[\left(\frac{1}{jC_1\omega} + R\right)(jC_2\omega r + 1) + r\right] I_2 \quad 2pt$$

$$I_2 = \frac{U}{r \frac{C_2 \omega}{C_1 \omega} + R + r + jRC_2 \omega r + \frac{1}{jC_1 \omega}} \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{U}{r \frac{C_2 \omega}{C_1 \omega} + R + r + j(RC_2 \omega r - \frac{1}{C_1 \omega})} \quad (0,5)$$

$$|I_2| = \frac{|U|}{\sqrt{(r \frac{C_2 \omega}{C_1 \omega} + R + r)^2 + (R \times C_2 \omega \times r - \frac{1}{C_1 \omega})^2}} \quad (0,5)$$

Application numérique :

$$|I_2| = \frac{30}{\sqrt{(10 \times \frac{0,2}{0,5} + 1 + 10)^2 + (10 \times 1 \times 0,2 - 2)^2}}$$

$$|I_2| = \frac{30}{\sqrt{(4 + 1 + 10)^2 + 0}} = \frac{30}{\sqrt{225 + 0}}$$

$$|I_2| = \frac{30}{15} = 2A$$

$$I_2 = 2A$$

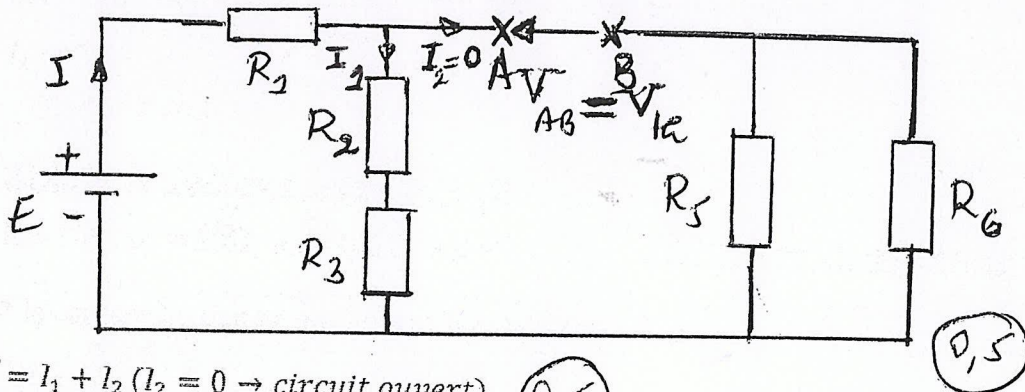
(2pt)

Solution de l'exercice 02 : (6.5 pts)

$E = 30V$, $R_1 = 80\Omega$, $R_2 = 100\Omega$, $R_3 = 60\Omega$, $R_4 = 80\Omega$, $R_5 = 200\Omega$, $R_6 = 100\Omega$

* le courant I_2 , tout en appliquant le théorème de Thevenin.

1^{ème} étape : On débranche R_4 et on calcule $V_{AB} = V_{th}$



$$I = I_1 + I_2 \quad (I_2 = 0 \rightarrow \text{circuit ouvert}) \quad (0,5)$$

$$I = I_1 \quad (80\Omega \text{ en série avec } 160\Omega) \quad (0,5)$$

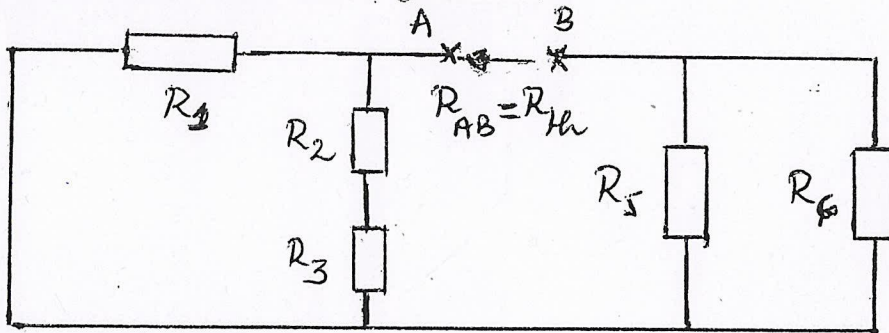
$$V_{AB} = V_{th} = \frac{160}{160 + 80} \cdot 30 \quad (\text{Diviseur de tension}) \quad (0,5)$$

Application numérique

$$V_{AB} = V_{th} = \frac{160}{240} \cdot 30 = \frac{4800}{240} = 20V \quad (0,5)$$

$$V_{AB} = V_{th} = 20V$$

2^{ème} étape : On court-circuite tous les générateurs



0,5

3^{ème} étape : On calcule $R_{AB} = R_{th}$

$$R_{th} = R_{eq1} + R_{eq2}$$

$$R_{eq1} = \frac{160 \times 80}{160 + 80} = 53.33\Omega$$

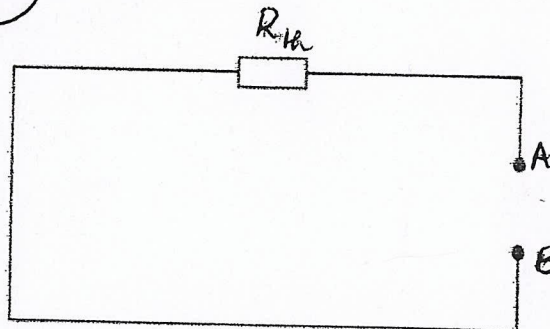
$$R_{eq2} = \frac{200 \times 100}{200 + 100} = 66.66\Omega$$

Application numérique

$$R_{th} = 53.33 + 66.66 = 119.99\Omega$$

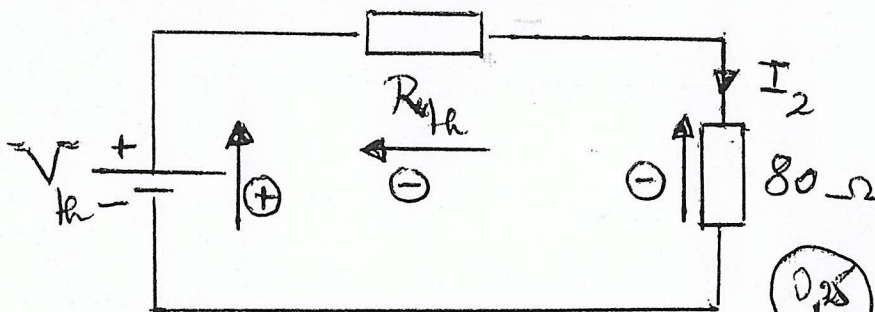
$$R_{th} \approx 120\Omega$$

1,5



0,25

4^{ème} étape : On enlève le court-circuit et on branche 80Ω



0,25

5^{ème} étape : On calcule le courant I_2

$$\sum V_i = 0$$

$$+ V_{th} - R_{th}I_2 - 80I_2 = 0$$

$$V_{th} = (R_{th} + 80)I_2$$

0,5

$$I_2 = \frac{V_{th}}{R_{th} + 80} \quad (0,5)$$

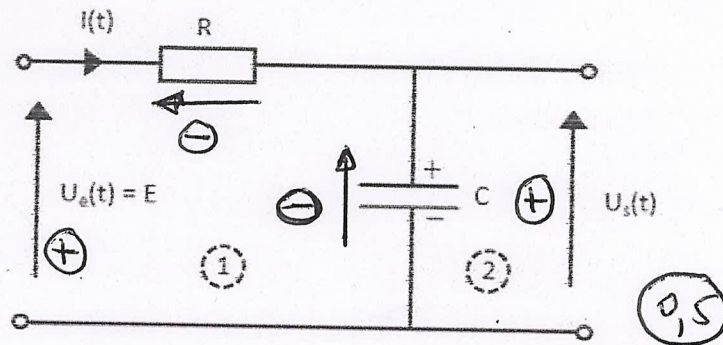
Application numérique

$$I_2 = \frac{20}{120 + 80} = \frac{20}{200} = 0,1 \text{ A}$$

$$I_2 = 0,1 \text{ A} \quad (0,5)$$

Solution de l'exercice 03 : (6.5 pts)

$$U_e(t) = 5\text{V}, t = 2 \text{ ms}, U_s(t) = 3\text{V}, C = 0.22 \mu\text{F}$$



1) L'équation de la charge

$$\text{Maille 1: } \sum V_i = 0, +U_e(t) - RI(t) - \frac{1}{C} \int I(t) dt = 0 \quad (0,5)$$

$$U_e(t) = E = RI(t) + \frac{1}{C} \int I(t) dt \quad (1) \quad (0,25)$$

$$\text{Maille 2: } \sum V_i = 0, - \frac{1}{C} \int I(t) dt + U_s(t) = 0 \quad (0,5)$$

$$U_s(t) = \frac{1}{C} \int I(t) dt \quad (2) \quad (0,25)$$

$$C \cdot U_s(t) = \int I(t) dt$$

$$C \frac{dU_s(t)}{dt} = I(t) \quad (3) \quad (0,5)$$

On remplace (2) et (3) dans (1) :

$$U_e(t) = E = RC \frac{d}{dt} U_s(t) + U_s(t) \quad (4) \quad (0,25)$$

On divise (4) par RC on aura :

$$\frac{E}{RC} = \frac{d}{dt} U_s(t) + \frac{1}{RC} U_s(t) \quad (0,25)$$

* C'est une équation différentielle ; la solution de cette équation est de la forme :

$$U_s(t) = ne^{\frac{t}{RC}} + E \quad (0,25)$$

A l'instant $t = 0$, le condensateur était déchargé $(0,25)$

$$U_s(0) = n + E = 0 \Rightarrow n = -E$$

0,25

$$U_s(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad \text{Equation de la charge}$$

0,25

2) Calcul de la résistance R

$$\frac{U_s(t)}{E} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}}$$

0,25

$$e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{1 - U_s(t)}{E}$$

0,25

$$\ln e^{-\frac{t}{RC}} = \ln \left(1 - \frac{U_s(t)}{E} \right)$$

0,25

$$-t = RC \ln \left(1 - \frac{U_s(t)}{E} \right)$$

0,25

$$t = -RC \ln \left(1 - \frac{U_s(t)}{E} \right)$$

0,50

$$R = -\frac{t}{C \ln \left(1 - \frac{U_s(t)}{E} \right)}$$

0,50

Application numérique

$$R = -\frac{2 \times 10^{-3}}{0,22 \cdot 10^{-6} \ln \left(1 - \frac{3}{5} \right)} = -\frac{9,09 \times 10^3}{\ln(1 - 0,6)}$$

$$R = -\frac{9,09 \times 10^3}{\ln(0,4)} = -\frac{9,09 \times 10^3}{-0,92} = 9,88 \cdot 10^3 \Omega$$

$$R \approx 10 \cdot 10^3 \Omega \approx 10 \text{K}\Omega$$

0,5